بسم الله الرحمن الرحيم

تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة الاستدراكية 2016
علوم رياضية (أ) و (ب)

الكيمياء

الجزء الأول : دراسة العمود ألومنيوم- زنك

1- حساب خارج التفاعل $Q_{r,i}$ في الحالة البدئية :

$$2Al^{3+}_{(aq)} + 3Zn_{(s)} \underset{(2)}{\overset{(1)}{\rightleftharpoons}} 2Al_{(s)} + 3Zn^{2+}_{(aq)}$$

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]_0^{\,3}}{[Al^{3+}]_0^{\,2}} = \frac{C_2^{\,3}}{C_1^{\,2}} = \frac{(4,5.10^{-2})^3}{(4,5.110^{-2})^2} = 4,5.10^{-2}$$

ثابتة التوازن المقرونة بهذا لتفاعل هي $K = 10^{-90}$

نلاحظ أن : $Q_{r,i} > K$ ، إذن تنتقل الموجموعة الكيميائية تلقائيا في المنحى (2) (المنحى غير المباشر أي منحى تكون Zn و أيونات Al^{3+}) .

2- التبيانة الإصطلاحية للعمود :

بما ان فلز الالومنيوم يتأكسد خلال اشتغال العمود حسب نصف المعادلة : $Al_{(s)} \rightleftarrows Al^{3+}_{(aq)} + 3e^-$ فهو يمثل الأنود أي القطب السالب للعمود ومنه فالتبيانة الاصطلاحية هي :

$$(-)\ Al_{(s)}/Al^{3+}_{(aq)}\ //Zn^{2+}_{(aq)}/Zn_{(s)}\ \ (+)$$

3-عندما يستهلك العمود كليا :

3-1- تركيز أيونات الألومنيوم :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$2Al_{(s)} + 3Zn^{3+}_{(aq)} \longrightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3Zn_{(s)}$				كمية مادة e^- المنتقلة
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول				
الحالة البدئية	0	$n_0(Al)$	$C_2.V$	$C_1.V$	$n_0(Zn)$	$n(e^-) = 0$
خلال التحول	x	$n_0(Al) - 2x$	$C_2.V - 3x$	$C_1.V + 2x$	$n_0(Zn) + 3x$	$n(e^-) = 6x$
الحالة النهائية	x_{max}	$n_0(Al) - 2x_{max}$	$C_2.V - 3x_{max}$	$C_1.V + 2x_{max}$	$n_0(Zn) + 3x_{max}$	$n(e^-) = 6x_{max}$

تحديد التقدم الأقصى :

Alمتفاعل محد نكتب : $n_0(Al) - 2x_{max} = 0$ أي : $x_{max1} = \frac{n_0(Al)}{2} = \frac{m_0}{2M(Al)} = \frac{1,35}{2\times 27} = 2,5.10^{-2}\ mol$

متفاعل محد Zn^{2+} نكتب : $C_2.V - 3x_{max} = 0$ أي : $x_{max2} = \frac{C_2.V}{3} = \frac{4,5.10^{-2}\times 0,1}{3} = 1,5.10^{-3}\ mol$

وبالتالي التقدم الأقصى هو : $x_{max} = 1,5.10^{-3}\ mol$

حسب الجدول الوصفي تركيز أيونات الألومنيوم :

$$[Al^{3+}]_f = \frac{C_1.V + 2x_{max}}{V} \Longrightarrow [Al^{3+}]_f = \frac{4,5.10^{-2}\times 0,1 + 2\times 1,5.10^{-3}}{100.10^{-3}} = 7,5.10^{-2}\ mol.L^{-1}$$

3-2- المدة الزمنية Δt لاشتغال العمود :

$$\begin{cases} n(e^-) = 6x_{max} \\ n(e^-) = \frac{I.\Delta t}{F} \end{cases} \Longrightarrow \frac{I.\Delta t}{F} = 6x_{max} \Longrightarrow \Delta t = \frac{6x_{max}.F}{I} \Longrightarrow \Delta t = \frac{6\times 1,5.10^{-3}\times 9,65.10^{4}}{10.10^{-3}} = 86850\ s$$

$$\Delta t = 24h\ 7h\ 30\ min$$

الجزء الثاني : تصنيع و تفاعل بنزوات الصوديوم مع حمض

1- دراسة تصنيع إستر

1-1- تعليل اختيار التسخين بالارتداد :

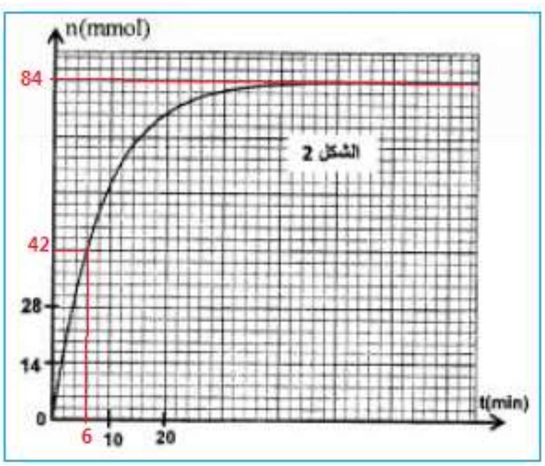
التسخين يسرع التفاعل والإرتداد يحافظ على كمية مادة المتفاعلات والنواتج .

1-2- معادلة التفاعل :

$$C_6H_5COOH + CH_3OH \rightleftarrows C_6H_5COOCH_3 + H_2O$$

1-3

1-3-1- اختيار الإقتراح الصحيح :



السرعة الحجمية لتفاعل الأسترة :

أ- منعدمة عند بداية التفاعل . خطأ

ب- قصوية عند التوازن . خطأ

ج- قصوية عند بداية التفاعل . صحيح

د- تتناقص كلما ازداد تركيز أحد المتفاعلات. خطأ

ه- تتناقص عند إضافة حفاز إلى الخليط التفاعل . خطأ

1-3-2- تعريف زمن نصف التفاعل :

زمن نصف التفاعل $t_{t/2}$ هو المدة الزمنية التي يصل فيها تقدم التفاعل إلى نصف قيمته النهائية . $x(t_{t/2}) = \frac{x_f}{2}$

تحديد قيمة $t_{t/2}$ مبيانيا :

حسب مبيان الشكل 2 لدينا : $x_f = n_f = 84\ mmol$

$x(t_{t/2}) = \frac{84}{2} = 42mmol$ أفصول $x(t_{t/2})$ هو : $t_{t/2} = 6\ min$

3-3-1- مردود التفاعل :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$C_6H_5COOH + CH_3OH \rightleftarrows C_6H_5COOCH_3 + H_2O$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول			
الحالة البدئية	0	n_1	n_2	0	0
خلال التحول	x	$n_1 - x$	$n_2 - x$	x	x
الحالة النهائية	x_{max}	$n_1 - x_f$	$n_2 - x_f$	x_f	x_f

تحديد التقدم الأقصى x_{max} :

الحمض متفاعل محد : $n_1 - x_{max1} = 0$

أي :
$$n_1 = n_i(C_6H_5COOH) = x_{max1} = \frac{m}{M(C_6H_5COOH)} = \frac{12{,}2}{122} \Longrightarrow x_{max1} = 0{,}1\ mol$$

الكحول متفاعل محد : $n_2 - x_{max2} = 0$

أي :
$$n_2 = n_i(CH_3OH) = x_{max2} = \frac{m\prime}{M(CH_3OH)} = \frac{\rho.V}{M(CH_3OH)} = \frac{0{,}8\times 8}{32} \Longrightarrow x_{max2} = 0{,}2\ mol$$

التقدم الأقصى هو : $x_{max} = 0{,}1\ mol$ والتقدم النهائي هو : $x_f = 84\ mmol$

تعبير مردود التفاعل :

$$r = \frac{n_{exp}}{n_{th}} = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$r = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{84.10^{-3}}{0{,}1} = 8{,}4.10^{-1} \Longrightarrow r = 84\%$$

2- دراسة تفاعل بنزوات الصوديوم مع الحمض :

2-1- معادلة التفاعل :

$$C_6H_5COO^-{}_{(aq)} + CH_3COOH_{(aq)} \rightleftarrows C_6H_5COOH_{(aq)} + CH_3COO^-{}_{(aq)}$$

2-2- التوصل إلى قيمة K :

$$K = \frac{[C_6H_5COOH]_{éq}.[CH_3COO^-]_{éq}}{[C_6H_5COO^-]_{éq}.[CH_3COOH]_{éq}}.\frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}} = \frac{K_{A2}}{K_{A1}} = \frac{10^{-pK_{A2}}}{10^{-pK_{A1}}} \Longrightarrow K = 10^{pK_{A1}-pK_{A2}}$$

$$K = 10^{4{,}2-4{,}8} = 0{,}25$$

2-3- التعبير عن τ بدلالة K :

الجدول الوصفي :

معادلة التفاعل		$C_6H_5COO^-{}_{(aq)} + CH_3COOH_{(aq)} \rightleftarrows C_6H_5COOH_{(aq)} + CH_3COO^-{}_{(aq)}$			
حالة المجموعة	التقدم	كميات المادة بالمول			
الحالة البدئية	0	$C_1.V_1$	$C_1.V_1$	0	0
خلال التحول	x	$C_1.V_1 - x$	$C_1.V_1 - x$	x	x
الحالة النهائية	x_{max}	$C_1.V_1 - x_f$	$C_1.V_1 - x_f$	x_f	x_f

التقدم الأقصى : $x_{max} = C_1.V_1$

نسبة التقدم النهائي : $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{C_1.V_1}$ ومنه التقدم النهائي : $x_f = C_1.V_1.\tau$

$$[C_6H_5COOH]_{éq} = [CH_3COO^-]_{éq} = \frac{x_f}{2V_1} = \frac{C_1.V_1.\tau}{2V_1} = \frac{C_1.\tau}{2}$$

$$[C_6H_5COO^-]_{éq} = [CH_3COOH]_{éq} = \frac{C_1.V_1 - x_f}{2V_1} = \frac{C_1.V_1 - C_1.V_1.\tau}{2V_1} = \frac{C_1.(1-\tau)}{2}$$

$$K = \frac{[C_6H_5COOH]_{éq}.[CH_3COO^-]_{éq}}{[C_6H_5COO^-]_{éq}.[CH_3COOH]_{éq}} = \left(\frac{[C_6H_5COOH]_{éq}}{[C_6H_5COO^-]_{éq}}\right)^2 = \left(\frac{\frac{C_1.\tau}{2}}{\frac{C_1.(1-\tau)}{2}}\right)^2 = \left(\frac{\tau}{1-\tau}\right)^2$$

$$\frac{\tau}{1-\tau} = \sqrt{K} \Rightarrow \tau = \sqrt{K} - \tau\sqrt{K} \Rightarrow \tau(1+\sqrt{K}) = \sqrt{K} \Rightarrow \tau = \frac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$$

2-4- تعبير pH بدلالة pK_{A1} و τ :

لدينا :
$$pH = pK_{A1} + log\frac{[C_6H_5COO^-]_{éq}}{[C_6H_5COOH]_{éq}}$$

$$\begin{cases} [C_6H_5COO^-]_{éq} = \dfrac{C_1.(1-\tau)}{2} \\ [C_6H_5COOH]_{éq} = \dfrac{C_1.\tau}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{[C_6H_5COO^-]_{éq}}{[C_6H_5COOH]_{éq}} = \frac{\frac{C_1.(1-\tau)}{2}}{\frac{C_1.\tau}{2}} = \frac{1-\tau}{\tau}$$

لدينا : $pH = pK_{A1} + log\frac{[C_6H_5COO^-]_{éq}}{[C_6H_5COOH]_{éq}} \Rightarrow pH = pK_{A1} + \log(\frac{1-\tau}{\tau}) \Rightarrow pH = pK_{A1} - \frac{1}{2}logK$

نعلم أن : $\frac{\tau}{1-\tau} = \sqrt{K}$ ومنه : $\frac{1-\tau}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{K}}$ أي : $pH = pK_{A1} + log\sqrt{K}$

تطبيق عددي :

$$pH = 4,2 - \frac{1}{2}\log(0,25) = 4,5$$

الفيزياء

الموجات : انتشار موجة فوق صوتية

1- تحديد سرعة انتشار موجة فوق صوتية في الهواء

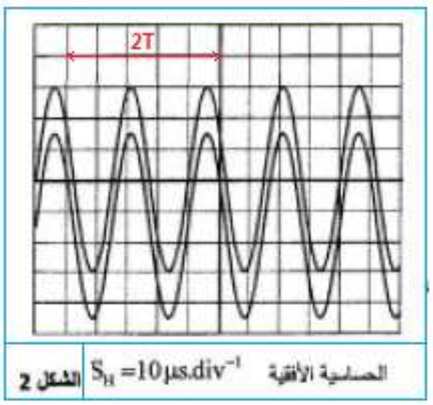
1-1- اختيار الإقتراح الصحيح :

أ- الموجات فوق الصوتية موجات كهرمغنطيسية. خطأ

ب- لا تنتشر الموجات فوق الصوتية في الفراغ. صحيح

ج- لا يمكن الحصول على ظاهرة الحيود بواسطة الموجات فوق الصوتية. خطأ

د- تنتشر الموجات فوق الصوتية في الهواء بسرعة انتشار الضوء. خطأ



1-2- تحديد تردد الموجة فوق الصوتية :

حسب مبيان الشكل 2 : دور الموجة T :

$$2T = 5div.10\mu s.div^{-1} = 50\mu s \Rightarrow T = 25\mu s$$

تردد الموجة N : $N = \frac{1}{T} \Rightarrow N = \frac{1}{25.10^{-5}} = 4.10^4\ Hz \Rightarrow N = 40kHz$

1-3- التحقق من سرعة انتشار الموجة في الهواء :

$$V_a = \lambda.N$$

لدينا : $d = 4\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{d}{4}$ و منه : $V_a = \frac{d}{4}.N$

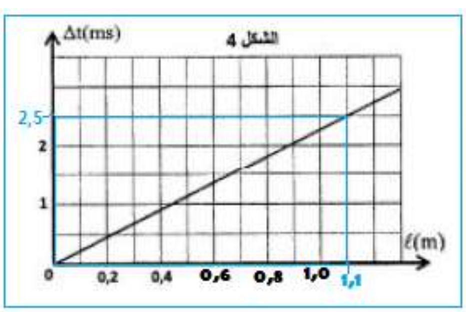
ت.ع : $V_a = \frac{3,4.10^{-2}}{4} 4.10^4 = 340\ m.s^{-1}$

2- تحديد سرعة انتشار الموجة فوق الصوتية في ماء البحر

2-1- التعبير عن Δt بدلالة ℓ و V_a و V_e :

$$\begin{cases} V_a = \frac{\ell}{t_2} \\ V_e = \frac{\ell}{t_1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_2 = \frac{\ell}{V_a} \\ t_1 = \frac{\ell}{V_e} \end{cases} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\ell}{V_a} - \frac{\ell}{V_e} \Rightarrow \Delta t = \ell\left(\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_e}\right)$$

2-2- تحديد قيمة V_e :



الدالة $\Delta t = f(\ell)$ خطية معادلتها تكتب : $\Delta t = k.\ell$

k يمثل المعامل الموجه :

$$k = \frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta \ell} = \frac{2,5.10^{-3} - 0}{1,1} = 2,27.10^{-3}\ s.m^{-1}$$

لدينا :

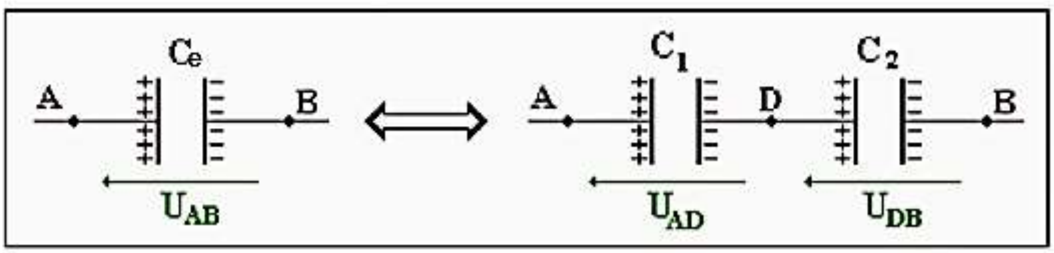
$$\begin{cases}\Delta t = k.\ell \\ \Delta t = \ell\left(\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_e}\right)\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_e} = k \Rightarrow \frac{1}{V_e} = \frac{1}{V_a} - k$$

$$V_e = \frac{1}{\frac{1}{V_a} - k} \Rightarrow V_e = \frac{1}{\frac{1}{340} - 2,27.10^{-3}} \approx 1490\ m.s^{-1}$$

الجزء الأول : دراسة ثنائي القطب $\mathbb{RC}$ والدارة $\mathbb{LC}$

1- دراسة ثنائي القطب RL

1-1- التوصل إلى تعبير C_e :



المكثفين مركبين على التوالي و بالتالي لهما نفس الشحنة : $q_1 = q_2 = q$

حسب قانون إضافية التوترات : $u_{AB} = u_{AD} + u_{DB}$

مع : $u_{AB} = \frac{q}{C_e}$ و $u_{AD} = \frac{q_1}{C_1} = \frac{q}{C_1}$ و $u_{DB} = \frac{q_2}{C_2} = \frac{q}{C_2}$

ومنه : $\frac{q}{C_e} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2}$ أي: $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$ أو: $\frac{1}{C_e} = \frac{C_1+C_2}{C_1.C_2}$

نستنتج التعبير : $C_e = \frac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$

1-2- إثبات المعادلة التفاضلية :

حسب قانون إضافية التوترات : $u_1(t) + u_2(t) + u_R(t) = E$

$$u_R = R.\frac{dq}{dt} = R.\frac{d(C_2.u_2)}{dt} = R.C_2.\frac{du_2}{dt} \quad ; \quad q_1 = q_2 \Rightarrow C_1.u_1 = C_2.u_2 \Rightarrow u_1 = \frac{C_2}{C_1}.u_2$$

$$u_1 + u_2 + u_R = E \Rightarrow \frac{C_2}{C_1}.u_2 + u_2 + R.C_2.\frac{du_2}{dt} = E \Rightarrow u_2.\left(1 + \frac{C_2}{C_1}\right) + R.C_2.\frac{du_2}{dt} = E$$

$$u_2.C_2.\left(\frac{C_1 + C_2}{C_2.C_1}\right) + R.C_2.\frac{du_2}{dt} = E \Rightarrow u_2.C_2.\frac{1}{C_e} + R.C_2.\frac{du_2}{dt} = E$$

المعادلة التفاضلية تكتب:

$$\frac{du_2(t)}{dt} + \frac{1}{R.C_e}u_2(t) = \frac{E}{R.C_2}$$

1-3- تعبير الثابتتين A و α :

حل المعادلة التفاضلية : $u_2(t) = A(1 - e^{-\alpha.t})$ ومنه فإن : $\frac{du_2}{dt} = A.\alpha.e^{-\alpha.t}$

نعوض في المعادلة التفاضلية :

$$A.\alpha.e^{-\alpha.t} + \frac{1}{R.C_e}.A(1 - e^{-\alpha.t}) = \frac{E}{R.C_2} \Rightarrow A.\alpha.e^{-\alpha.t} + \frac{1}{R.C_e}.A - \frac{1}{R.C_e}.A.e^{-\alpha.t} = \frac{E}{R.C_2}$$

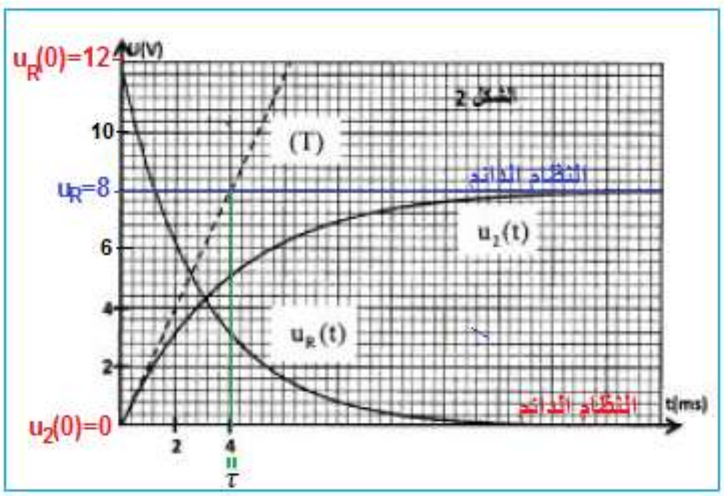
$$A.e^{-\alpha.t}\left(\alpha - \frac{1}{R.C_e}\right) + \frac{1}{R.C_e}.A - \frac{E}{R.C_2} = 0$$

$$\begin{cases} \alpha - \frac{1}{R.C_e} \\ \frac{1}{R.C_e}.A - \frac{E}{R.C_2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{1}{R.C_e} \\ A = \frac{C_e}{C_2}.E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = \frac{C_1 + C_2}{R.C_1.C_2} \\ A = \frac{C_1}{C_2 + C_1}.E \end{cases}$$

-1-4

1-4-1- تحديد قيمة :

أ- E



عند اللحظة $t = 0$ مبيانيا $u_R(0) = 12V$ و $u_2(0) = 0$ و

بما ان : $u_{1(0)} = \frac{C_2}{C_1}.u_2(0) = 0$

حسب قانون إضافية التوترات :

$$u_1(0) + u_2(0) + u_R(0) = E$$

أي: $E = u_R(0) = 12V$

ب- قيمة $u_1(t)$ و $u_2(t)$ في النظام الدائم :

مبيانيا حسب الشكل 2 نجد : $u_2 = 8\ V$

لحساب u_1 نستعمل قانون إضافية التوترات :

$$u_1 + u_2 + u_R = E \Rightarrow u_1 = E - u_2 - u_R \Rightarrow u_1 = 12 - 8 - 0 = 4V$$

1-4-2- التوصل إلى قيمة C_1 :

في النظام الدائم العلاقة تكتب :

$$C_1.u_1 = C_2.u_2 \Rightarrow C_1 = \frac{u_2}{u_1}.C_2 \Rightarrow C_1 = \frac{8}{4} \times 2 = 4\mu F$$

ملحوظة : يمكن استعمال العلاقة :

ثابتة الزمن لثنائي القطب RC نحددها مبيانيا : $\tau = 4\ ms$

لدينا : $\tau = R.C_e$ أي: $C_e = \frac{\tau}{R}$ وكذلك : $\frac{1}{C_e} = \frac{R}{\tau}$

$$\frac{1}{C_e}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2} \Longrightarrow \frac{1}{C_1}=\frac{1}{C_e}-\frac{1}{C_2} \Longrightarrow C_1=\frac{1}{\frac{1}{C_e}-\frac{1}{C_2}}=\frac{1}{\frac{R}{\tau}-\frac{1}{C_2}}$$

$$C_1=\frac{1}{\frac{3.10^3}{4.10^{-3}}-\frac{1}{2.10^{-6}}}=4.10^{-6}\ \mathrm{F} \Longrightarrow C_1=4\mu\mathrm{F}$$

2- دراسة التذبذبات الكهربائية في الدارة LC

2-1- التوصل إلى المعادلة التفاضلية :

$$u_L=L.\frac{di}{dt}=L.\frac{d}{dt}\frac{dq}{dt}=L.\frac{d}{dt}\frac{d(c_2.u_2)}{dt}=L.C_2.\frac{d^2u_2}{dt^2}$$

حسب قانون إضافية التوترات : $u_L+u_2=0$

$$L.C_2.\frac{d^2u_2}{dt^2}+u_2=0 \Longrightarrow \frac{d^2u_2(t)}{dt^2}+\frac{1}{L.C_2}.u_2(\mathrm{t})=0$$

$u_L+u_2=0$ أي : $u_2=-u_L$ نعوض في المعادلة التفاضلية أعلاه ونحصل على :

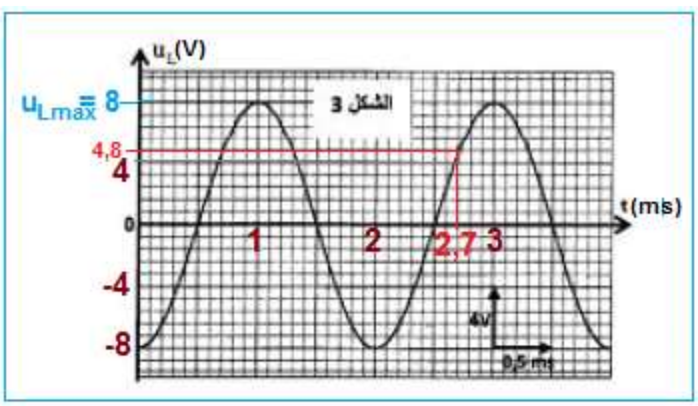
$$\frac{d^2u_L(t)}{dt^2}+\frac{1}{L.C_2}.u_L(\mathrm{t})=0$$

2-2-

2-2-1- تحديد الطاقة الكلية للدارة :

$$E_T=E_e+E_m=E_{e\,max}=E_{m\,max}$$

$$E_T=\frac{1}{2}C_2.u_{2\,max}^2 \Longrightarrow E_T=\frac{1}{2}C_2.u_{L\,max}^2$$



مبيانيا نجد : $u_{L\,max}=-u_{2\,max}=-8V$

ت.ع :

$$E_T=\frac{1}{2}\times 2.10^{-6}\times(-8)^2=6,4.10^{-5}\,J$$

2-2-2- حساب الطاقة المغناطيسية عند اللحظة $t=2,7\ ms$:

عند اللحظة $t=2,7\ ms$ نجد مبيانيا : $u_L=4V$

$$E_T=E_e+E_m \Longrightarrow E_m=E_T-E_e$$

$$E_m=E_T-\frac{1}{2}C_2.u_{2\,max}^2=E_T-\frac{1}{2}C_2.u_{L\,max}^2$$

ت.ع :

$$E_m=6,4.10^{-5}-\frac{1}{2}\times 2.10^{-6}\times(-4,1)^2\approx 4,1.10^{-5}\,J$$

الجزء الثاني : دراسة جودة تضمين الوسع

1- إيجاد تعبير نسبة التضمين m :

تعبير التوتر المضمَّن :

$$u(t) = A.\left[\frac{m}{S_m}.s(t) + 1\right].\cos(2\pi f_p.t) = A.\left[\frac{m}{S_m}.S_m.\cos(2\pi f_s.t) + 1\right].\cos(2\pi f_p.t)$$

$$u(t) = A.[m.\cos(2\pi f_s.t) + 1].\cos(2\pi f_p.t) = U_m(t).\cos(2\pi f_p.t)$$

وسع التوتر المضمَّن $U_m(t) = A.[m.\cos(2\pi f_s.t) + 1]$ يتراوح بين قيميتن حديتين :قيمة قصوية U_{max} و قيمة دنوية U_{min} حيث :

$$\begin{cases} U_{max} = A.(m+1) \\ U_{min} = A.(-m+1) \end{cases} \Rightarrow \frac{U_{max}}{U_{min}} = \frac{A.(m+1)}{A.(-m+1)} \Rightarrow$$

$$-m.U_{max} + U_{max} = m.U_{min} + U_{min}$$

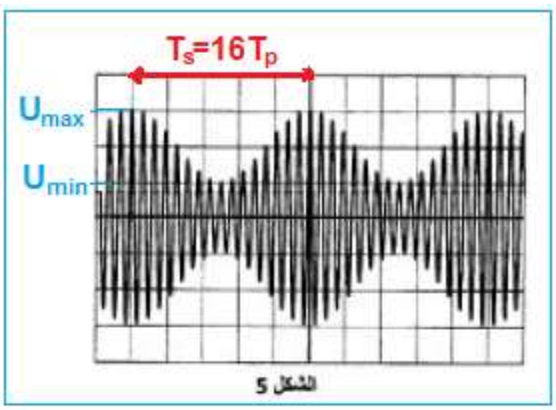
$$m.(U_{max} + U_{min}) = U_{max} - U_{min} \Rightarrow \ m = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}}$$

2- تحديد f_P و f_s :

ليكن T_s دور التوتر المضمِّن حسب الشكل 3 :

$$f_s = \frac{1}{T_s} \Rightarrow f_s = \frac{1}{5div \times 20\mu s.div^{-1}} = \frac{1}{100.10^{-6}s}$$

$$f_s = 10^4 Hz \ \Rightarrow f_s = 10kHz$$



ليكن T_p دور التوتر المضمَّن حسب الشكل 3 :

$$T_s = 16T_P \ \Rightarrow \frac{1}{f_s} = \frac{16}{f_P} \Rightarrow f_P = 16f_s \Rightarrow$$

$$f_p = 1,6.10^5 Hz \Rightarrow f_p = 160kHz$$

تحديد نسبة التضمين :

حسب الشكل 3 :

$$\begin{cases} U_{max} = 3div \times 1V.div^{-1} = 3V \\ U_{min} = 1div \times 1V.div^{-1} = 1V \end{cases} \Rightarrow m = \frac{U_{max} - U_{min}}{U_{max} + U_{min}} = \frac{3-1}{3+1} \Rightarrow m = 0,5$$

استنتاج :

التضمين جيد لأن :

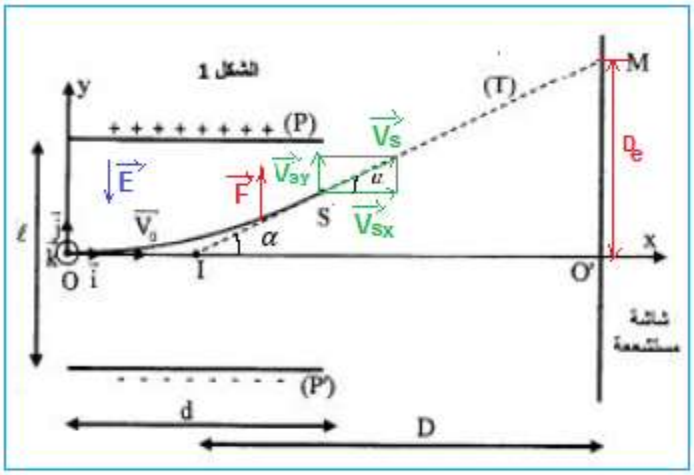
$$\begin{cases} m = 0,5 \Rightarrow m < 1 \\ f_p = 16f_s \Rightarrow f_p \geq 10f_s \end{cases}$$

الميكانيك

الجزء الأول : دراسة تاثير مجال كهرساكن ومجال مغنطيسي على حزمة إلكترونات

1- التجربة الأولى

1-1- التوصل إلى معادلة المسار :



المجموعة المدروسة : {الالكترون}

جرد القوى : (بعد إهمال وزن الالكترون امام شدة القوة الكهرساكنة)

$\vec{F}$: القوة الكهر ساكنة

نعتبر المرجع الأرضي مرجعا غاليليا ، نطبق القانون الثاني لنيوتن : $\vec{F} = m.\vec{a}$

متجهة التسارع : $\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q}{m}.\vec{E}$

نسقط العلاقة في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$:

حسب الشروط البدئية :

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_0 \\ 0 \\ 0 \end{cases} \quad \text{و} \quad \overrightarrow{OM}_0 \begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

متجهة التسارع $\vec{a}$ و متجهة السرعة $\vec{V}$ و متجهة الموضع $\overrightarrow{OM}$:

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{q}{m}E \\ a_z = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \vec{V}\begin{cases} V_x = V_0 \\ V_y = -\frac{q}{m}Et \\ V_z = 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{تكامل}} \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = V_0\, t \\ y = -\frac{1}{2}.\frac{q}{m}Et^2 \\ z = 0 \end{cases}$$

لدينا : $q = -e$ و $E = \frac{U}{\ell}$

بإقصاء الزمن من المعادلتين الزمنيتين نحصل على معادلة المسار :

$$\begin{cases} x = V_0\, t \\ y = \frac{1}{2}.\frac{e.U}{m\ell}t^2 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}.\frac{e.U}{m\ell}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2 \Rightarrow y = \frac{e.U}{2\ell m\, V_0^2}.x^2$$

1-2- التوصل إلى تعبير $O'M$:

عند النقطة S نقطة مغادرة الحزمة المجال الكهرساكن : حيث $x_s = d$ و $d = V_0\, t_s$ أي: $t_s = \frac{d}{V_0}$

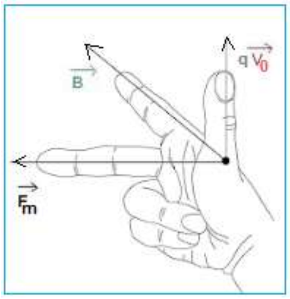
متجهة السرعة عند النقطة S (أنظر الشكل 1) تكتب :

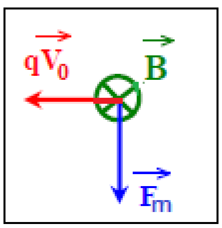
$$\vec{V}_S\begin{cases}V_{sx}=V_0\\ V_{sy}=\dfrac{e.U}{m\ell}.t_s\end{cases}\Rightarrow \vec{V}_S\begin{cases}V_{sx}=V_0\\ V_{sy}=\dfrac{e.Ud}{m\ell\, V_0}\end{cases}\Rightarrow tan\alpha=\frac{V_{sy}}{V_{sx}}=\frac{e.Ud}{m\ell\, {V_0}^2}$$

الانحراف D_e الكهربائي يمثل المسافة بين النقطة O′ نقطة الإصطدام في غياب المجال الكهرساكن و النقطة M بوجوده.

$$tan\alpha=\frac{O'M}{D}=\frac{D_e}{D}\Rightarrow D_e=D.tan\alpha=\frac{eDdU}{m\ell\, V_0^2}$$

$$O'M=\frac{eDdU}{m\ell\, V_0^2}$$





2- التجربة الثانية :

2-1- تحديد منحى متجهة المجال المغنطيسي $\vec{B}$:

لكي تكون للحزمة الإلكترونية حركة مستقيمية منتظمة يجب أن تكون القوتين $\vec{F}_e$ و $\vec{F}_m$ متقابلتين.

أي : $\vec{F}_m=-\vec{F}_e=-F_m\vec{j}$

$\vec{B}$: عمودية على المتجهتين $\vec{V}_0=V_0\,\vec{\imath}$ و $\vec{F}_m=-F_m\vec{j}$ إذن : $\vec{B}=\pm B\vec{k}$

باستعمال قاعدة الأصابع الثلاث لليد اليمنى يتم تحديد منحى $\vec{B}$ نحصل على :

$$\vec{B}=-B.\vec{k}$$

2-2- التعبير عن سرعة الإلكترونات V_0 بدلالة E و B :

يخضع الإلكترون لقوتين $\vec{F}_e$ و $\vec{F}_m$ متقابلتين حسب مبدأ القصور نكتب :

$$\vec{F}_e+\vec{F}_m=\vec{0}$$

$$\begin{cases}\vec{F}_m=q\,\vec{V}_0\wedge\vec{B}\\ \vec{F}_e=q.\vec{E}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}F_m=e.V_0\,B\\ F_e=e.E\end{cases}\Rightarrow\ F_m=F_e\ \Rightarrow e.V_0\,B=eE\Rightarrow V_0=\frac{E}{B}$$

3- تعبير $\frac{e}{m}$:

$$\begin{cases}O'M=\dfrac{e.D.d.U}{m.\ell.V_0^2}\\ V_0=\dfrac{E}{B}\end{cases}\Rightarrow O'M=\frac{e.D.d.U.B^2}{m.\ell.E^2}\Rightarrow\frac{e}{m}=\frac{O'M.\ell.E^2}{U.d.D.B^2}\xRightarrow{E=\frac{U}{\ell}}$$

ت.ع : $\dfrac{e}{m}=\dfrac{5{,}4.10^{-2}\times1200}{6.10^{-2}\times30.10^{-2}\times2.10^{-2}\times(1{,}01.10^{-3})^2}=1{,}76.10^{11}\ C/kg$

الجزء الثاني : دراسة حركة نواس مرن

1- الاحتكاكات مهملة

1-1- تعبير الإطالة $\Delta\ell_0$ عند التوازن :

المجموعة المدروسة : الجسم (S)

يخضع الجسم عند التوازن إلى قوتين : (أنظر الشكل2)

$\vec{P}$: وزنه

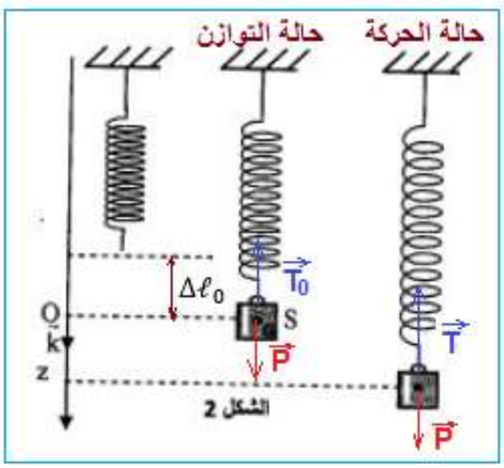
$\vec{T}_0$: توتر النابض

حسب مبدأ القصور : $\vec{P}+\vec{T}_0=\vec{0}$ أي : $P=T_0$ ومنه : $m.g=K.\Delta\ell_0$ إذن : $\Delta\ell_0=\frac{m.g}{K}$

1-2- إثبات المعادلة التفاضلية التي يحققها الأنسوب z لمركز القصور G :

يخضع الجسم أثناء حركته إلى قوتين : (أنظر الشكل2)

$\vec{P}$: وزنه



$\vec{T}$: توتر النابض

نعتبر المعلم المرتبط بالأرض معلما غاليليا ونطبق القانون الثاني لنيوتن :

$$\vec{P}+\vec{T}=m.\vec{a}_G$$

الإسقاط على المحور Oz :

$$P_z+T_z=m.a_z$$

$$mg-K(\Delta\ell_0+z)=m.a_z \Rightarrow mg-K\Delta\ell_0-Kz=m.\ddot{z}$$

حسب العلاقة : $m.g=K.\Delta\ell_0$ نحصل على : $\underbrace{mg-K\Delta\ell_0}_{=0}-Kz=m.\ddot{z}$

المعادلة التفاضلية تكتب : $\ddot{z}+\frac{K}{m}.z=0$

1-3- تحديد قيمة K :

حسب تعبير الدور الخاص T_0 :

$$T_0=2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \Rightarrow {T_0}^2=4\pi^2\frac{m}{K} \Rightarrow K=4\pi^2\frac{m}{{T_0}^2}$$

مبيانيا الدور الخاص هو : $T_0=0,4\ s$

$$K=4\times 10\times\frac{0,2}{0,4^2}=50\ N.m^{-1}$$

تحديد V_{0z} :

حسب حل المعادلة التفاضلية : $z=z_0\cos(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi)$

الاشتقاق يعطي : $V_z = -\frac{2\pi}{T_0}.z_0\sin(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi)$ عند $t=0$ السرعة هي : $V_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0}.z_0\sin\varphi$

حسب الشكل 3 : $z_0 = 4cm$

عند $t=0$ لدينا : $z(0) = z_0\cos\varphi$

$$\begin{cases} z(0) = z_0\cos\varphi \\ z(0) = \frac{z_0}{2} \end{cases} \Rightarrow z_0\cos\varphi = \frac{z_0}{2} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = -\frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$V_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0}.z_0\sin\varphi < 0 \xRightarrow{\varphi=\frac{\pi}{3}} V_{0z} = -\frac{2\pi}{T_0}.z_0\sin\frac{\pi}{3} \Rightarrow V_{0z} = -\frac{2\pi}{0,4}\times 4.10^{-2}\times\sin\frac{\pi}{3}$$

$$V_{0z} = -0,54\ m.s^{-1}$$

2- الاحتكاكات غير مهملة

2-1- إقران المنحنى بنطام الخمود :

المنحنى (1) ← يوافق النظام شبه دوري

المنحنى (2) ← يوافق النظام لا دوري

2-2-

2-2-1- تعبير طاقة الوضع E_P :

طاقة الوضع تساوي مجموع طاقة الوضع الثقالية $(E_{pp} = -mgz + C)$ و طاقة الوضع المرنة $(E_{pe} = \frac{1}{2}K.(\Delta\ell_0 + z)^2 + C')$:

$$E_p = E_{pp} + E_{pe}$$

نختار المستواة الافقي المار من أصل المعلم مرجعا لطاقة الوضع الثقالية :

$E_{pp} = 0 \Rightarrow z = 0$ ⟸ $C = 0$ إذن : $E_{pp} = -mgz$

نختار الحالة التي يكون فيها النابض غير مشوه مرجعا لطاقة الوضع المرنة : $E_{pe} = 0 \Rightarrow z = -\Delta\ell_0$

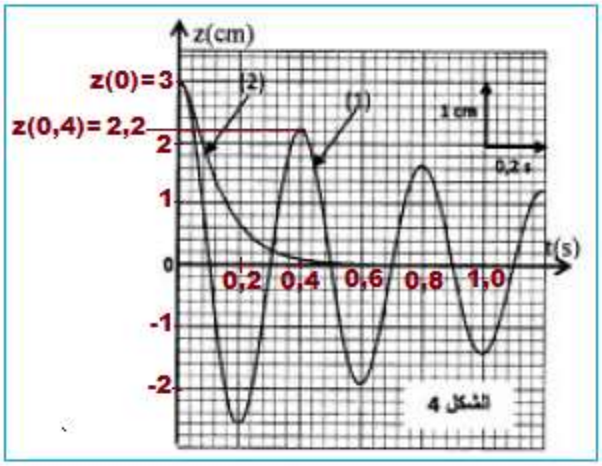
$(E_{pe} = \frac{1}{2}K.(\Delta\ell_0 - \Delta\ell_0)^2 + C' = 0$ أي: $C' = 0 \Leftarrow E_{pe} = \frac{1}{2}K.(\Delta\ell_0 + z)^2$

$$E_p = E_{pp} + E_{pe} = -mgz + \frac{1}{2}K.(\Delta\ell_0 + z)^2 = -mgz + \frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2 + K.z.\Delta\ell_0 + \frac{1}{2}K.z^2$$

بما أن : $mg = K.\Delta\ell_0$

$$E_p = -K.\Delta\ell_0 z + \frac{1}{2}K.\Delta{\ell_0}^2 + K.z.\Delta\ell_0 + \frac{1}{2}K.z^2 \Rightarrow E_p = \frac{1}{2}K(z^2 + \Delta{\ell_0}^2)$$

ملحوظة : منحى Oz نحو الاسفل لذلك تعبير طاقة الوضع الثقالية هو $E_{pp} = -\,mgz$.



2-2-2- حساب تغير الطاقة الميكانيكة للمتذبذب بين اللحظيتين :

: $t_2 = 0$ و $t_1 = 0$

$$\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_c$$

عندما تكون طاقة الوضع قصوية تكون الطاقة الحركية منعدمة

والعكس صحيح .

عند اللحظة $t_1 = 0$ لدينا :

$$\mathrm{v}_z(0) = 0 \text{ و } z(0) = 3cm$$

عند اللحظة $t_2 = 0{,}4\,s$ لدينا :

$$\mathrm{v}_z(t_2) = 0 \text{ و } z(t_2) = 2{,}2cm$$

$$\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c = E_{pp2} - E_{pp1} + \underbrace{E_{C2}}_{=0} - \underbrace{E_{C1}}_{=0}$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}K\left[z^2(t_2) + \Delta\ell_0{}^2\right] - \frac{1}{2}K\left[z^2(t_1) + \Delta\ell_0{}^2\right]$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2}K\left[z^2(t_2) + \Delta\ell_0{}^2 - z^2(t_1) - \Delta\ell_0{}^2\right] \Longrightarrow \Delta E_m = \frac{1}{2}K[z^2(t_2) - z^2(t_1)]$$

$$\Delta E_m = \frac{1}{2} \times 50 \times [(2.2.10^{-2})^2 - (3.10^{-2})^2] \Longrightarrow \Delta E_m = 1{,}04.10^{-2}\,J$$